

天主教道明高級中學 105 學年度第一學期第二次段考國三數學科試題

範圍：第五冊 2-2~3-2

一、單一選擇題：(共 90 分)(以下第 1 題至第 28 題每題恰有一個最佳答案，請選出最佳答案)

1. 三角形的三中線長分別為 5、6、7，求其重心到三邊中點的距離和為多少？

- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15。

2. $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 6，若 O 點為外心，則 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = ?$

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) 5 (C) 10 (D) $\frac{15}{2}$ 。

3. 已知 a 、 b 、 c 均為正整數，若 $a^2 = b^2 + c^2$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) c^2 是 $a^2 - b^2$ 的倍數 (B) c^2 是 $a^2 + b^2$ 的倍數 (C) c^2 是 $a + b$ 的倍數 (D) $a - b$ 是 c^2 的因數。

4. 如圖(一)， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 為圓上六個點， $\overline{AE}$ 與 $\overline{BF}$ 交於 G 點， $\overline{BD}$ 與 $\overline{CE}$ 交於 H 點，已知 $\angle AGB = 40^\circ$ ， $\angle DHE = 45^\circ$ ，求 $\angle DBF + \angle AEC = ?$ (A) 85° (B) 125° (C) 130° (D) 170° 。

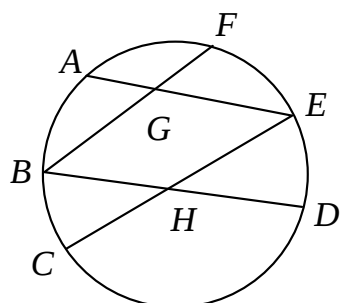
5. 如圖(二)，兩同心圓的半徑分別為 12、18，若 AB 長為 6，連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ ，則 CD 長為多少？

- (A) 4π (B) 9π (C) 4 (D) 9。

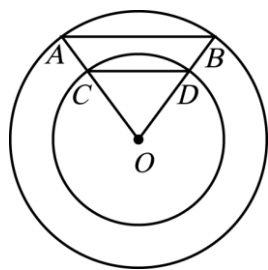
6. 如圖(三)，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，若 $\angle BCD = 110^\circ$ ， $BC = 50^\circ$ ，則 CD 的度數為何？

- (A) 60° (B) 70° (C) 80° (D) 90° 。

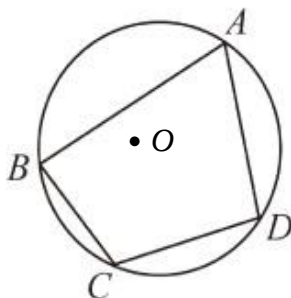
7. 如圖(四)， D 為 $\overline{AB}$ 的中點， C 為 $\overline{BE}$ 的中點， $\overline{DE}$ 與 $\overline{AC}$ 交於 F 點，若四邊形 $BCFD$ 的面積為 8，則 $\triangle ABE$ 的面積為何？(A) 12 (B) 24 (C) 32 (D) 48。



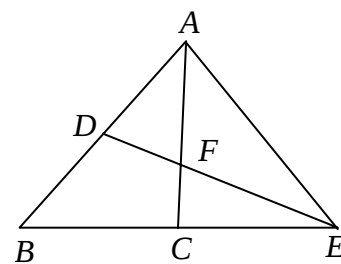
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

8. 下列敘述何者正確？

- (甲) 正多邊形的外心、內心、重心在同一點。
(乙) 直角三角形的重心在斜邊中點上。
(丙) 三角形的外心一定在三角形的外部。
(丁) 等腰三角形的外心、內心、重心，三心共線。
(戊) 邊數大於 3 的多邊形不一定有外心、內心。
(己) 三角形的內心都在三角形的內部。

- (A) 乙丁戊己 (B) 甲丙丁己 (C) 甲丁戊己 (D) 甲乙丙戊。

9. 有一正六邊形的邊長為 10，則此正六邊形的外接圓面積與內切圓面積和為多少？

- (A) 175π (B) 150π (C) 125π (D) 75π 。

10. $\triangle ABC$ 的外心為 O ，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，則下列何者正確？

- (A) $\angle OAB = 35^\circ$ (B) $\angle OCB = 30^\circ$ (C) $\angle AOC = 115^\circ$ (D) $\angle BOC = 140^\circ$ 。

11.如圖(五)， P 為正 $\triangle ABC$ 內部的任一點，且 $\overline{PE} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{PD} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ 、 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 6$ ，

則 $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = ?$

- (A) 3 (B) $3\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $6\sqrt{3}$ 。

12.如圖(六)， $\triangle ABC$ 為正三角形，以 $\overline{AC}$ 為一邊作等腰三角形 ACD ，使得 $\overline{AD} = \overline{AC}$ ，連接 $\overline{BD}$ ，則 $\angle BDC = ?$

- (A) 30° (B) 40° (C) 45° (D) 60° 。

13.如圖(七)， $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 是 P 點到圓 O 的兩條切線，已知圓 O 的半徑長為 3， $\overline{OP} = 6$ ，則灰色部分的面積為何？

- (A) $\frac{9}{2}\sqrt{3} - 3\pi$ (B) $9\sqrt{3} + 3\pi$ (C) $9\sqrt{3} - 3\pi$ (D) 9π 。

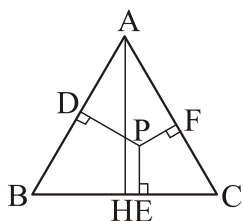
14.已知：如圖(八)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AE} \perp \overline{BE}$ ，且 $\angle 1 = \angle 2$ 。

求證： $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。證明的過程有下列四個步驟：

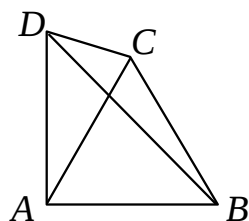
- (1) $\overline{BE} = \overline{CD}$ (2) $\because \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3, \therefore \angle BAE = \angle CAD$
 (3) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (AAS 全等性質) (4) $\because \angle AEB = \angle ADC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAE = \angle CAD$

請問證明的順序應為下列何者？

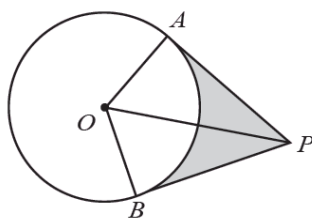
- (A) (1)→(3)→(2)→(4) (B) (4)→(2)→(3)→(1) (C) (2)→(4)→(3)→(1) (D) (3)→(4)→(1)→(2)。



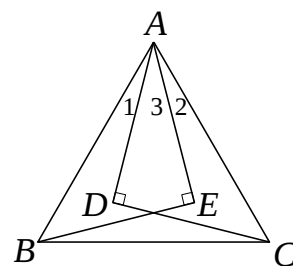
圖(五)



圖(六)



圖(七)



圖(八)

15.如圖(九)， AB 是半圓， O 為 $\overline{AB}$ 中點， C 、 D 兩點在 AB 上，且 $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$ ，連接 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BD}$ 。若 $\angle C = 62^\circ$ ，

則 $\angle ABD = ?$ (A) 62° (B) 56° (C) 31° (D) 28° 。

16.如圖(十)， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\angle DBC$ 與 $\angle ECB$ 的角平分線相交於 H 點， $\angle BHC = 50^\circ$ ，則 $\angle A = ?$

- (A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80° 。

17.如圖(十一)，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle B = 54^\circ$ ，則 $\angle P + \angle Q = ?$

- (A) 90° (B) 72° (C) 63° (D) 54° 。

18.如圖(十二)，大小兩個同心圓中， A 、 B 、 C 、 D 為大圓上相異四點， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 分別與小圓交於 E 、 F 兩點，且

$\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 的交點 P 剛好落在小圓上，若 $\angle E = 120^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度數為何？

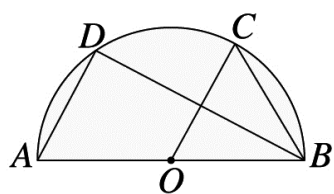
- (A) 80° (B) 40° (C) 120° (D) 160° 。

19.下列敘述中，正確的有幾個？

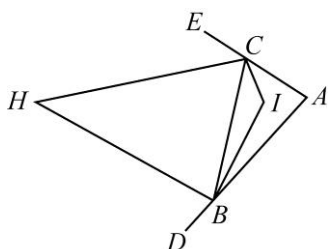
甲：梯形一定有內切圓 乙：平行四邊形一定有內切圓 丙：正五邊形一定有內切圓

丁：長方形一定有內切圓 戊：直角三角形一定有內切圓 己：菱形一定有內切圓

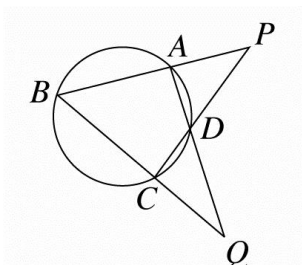
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。



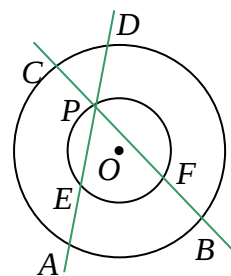
圖(九)



圖(十)



圖(十一)



圖(十二)

20.已知直角三角形的面積為 210 平方公分，內切圓半徑為 6 公分，則其斜邊長為多少公分？

- (A) 58 公分 (B) 41 公分 (C) 29 公分 (D) $\frac{41}{2}$ 公分。

21.如圖(十三)， $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDE$ 中， $\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 P 點，若 $\overline{AC} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{BE}$ ， $\overline{AB} = \overline{BD}$ ， $\angle DBC = 80^\circ$ ， $\angle ABE = 140^\circ$ ，則 $\angle CPD$ 的度數為何？

- (A) 80° (B) 110° (C) 140° (D) 150° 。

22.如圖(十四)， P 點為圓 O 外之一點， $\overline{OP}$ 交圓 O 於 A 、 B 兩點， $\overline{OB} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，琵琶秋與卡比瘦想作一條通過 P 點，且與圓 O 相切的直線，其作法如下：

琵琶秋：先作 $\overline{AP}$ 的中點 M ，再以 P 點為圓心， $\overline{PM}$ 長為半徑畫弧，交圓 O 於 Q 點，則 $\overline{PQ}$ 即為所求。

卡比瘦：先作 $\overline{OP}$ 的中點 M ，再以 M 點為圓心， $\overline{OM}$ 長為半徑畫弧，交圓 O 於 Q 點，則 $\overline{PQ}$ 即為所求。

對於琵琶秋、卡比瘦兩人的作法，下列判斷何者正確？

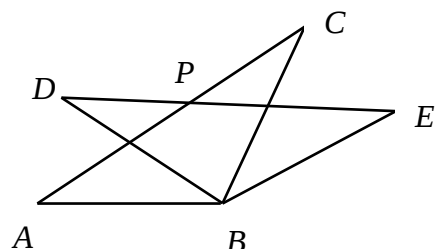
- (A) 兩人皆錯誤 (B) 兩人皆正確 (C) 琵琶秋正確，卡比瘦錯誤 (D) 琵琶秋錯誤，卡比瘦正確。

23.如圖(十五)，兩圓交於 A 、 B 兩點。若 C 、 B 、 D 三點共線，且 $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ， $BD = \frac{4}{5}ABD$ ，則 $\angle ADB$

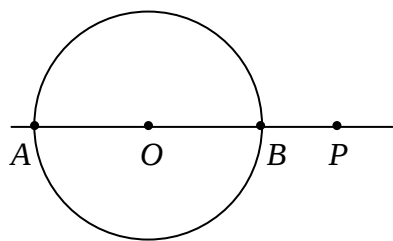
的度數為何？(A) 20° (B) 35° (C) 40° (D) 45° 。

24.如圖(十六)， $\overline{AB} = 50$ ， $\overline{AC} = 50$ ， $\overline{BC} = 60$ ， P 為 $\overline{AB}$ 的中點， $\overline{PD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{PE} \perp \overline{BC}$ ，則 $\overline{PD} + \overline{PE} = ?$

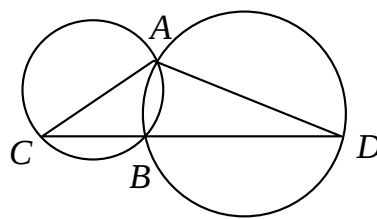
- (A) 24 (B) 40 (C) 44 (D) 48。



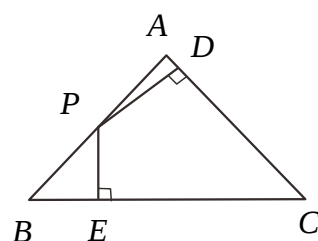
圖(十三)



圖(十四)



圖(十五)



圖(十六)

25.已知坐標平面上有 $A(0, 15)$ 、 $B(8, 0)$ 、 $C(-8, 0)$ 三點，則 $\triangle ABC$ 的內心坐標為何？

- (A) $(0, -\frac{24}{5})$ (B) $(\frac{24}{5}, 0)$ (C) $(0, \frac{24}{5})$ (D) $(-\frac{24}{5}, 0)$

26.有一個直角三角形的三邊長分別為 3 公分、4 公分、5 公分，則重心到直角三角形的斜邊最短距離是幾公分？

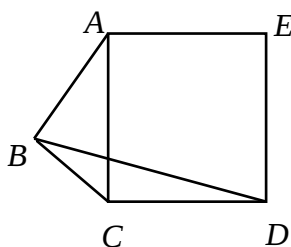
- (A) $\frac{4}{5}$ 公分 (B) $\frac{5}{6}$ 公分 (C) 1 公分 (D) $\frac{5}{3}$ 公分。

27.如圖(十七)， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $ACDE$ 為正方形，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，則 $\overline{BD} = ?$

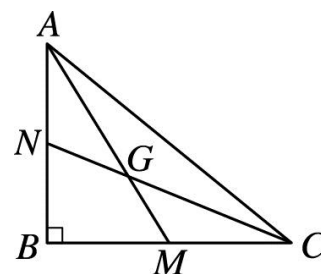
- (A) $\sqrt{74}$ (B) $\sqrt{70}$ (C) $\sqrt{65}$ (D) $\sqrt{58}$ 。

28.如圖(十八)， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， G 為 $\triangle ABC$ 的重心，若 $\overline{AM} = 2\sqrt{13}$ ， $\overline{CN} = \sqrt{73}$ ，則 $\overline{AC} = ?$

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12。



圖(十七)

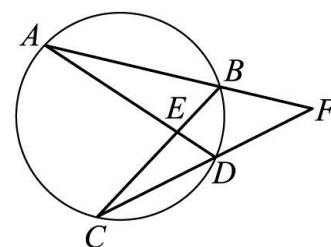


圖(十八)

二、計算題：(共 10 分)(請寫詳細過程，否則不予計分)

1. (1)如圖(十九)，已知圓上兩弦 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ ，其延長線交於圓外 F 點，
若 $\overline{AB} = 3x + 4$ ， $\overline{BF} = 5x - 2$ ， $\overline{CD} = 4x - 1$ ， $\overline{DF} = 2x + 5$ ，
求 x 的值。(3 分)

- (2)如圖(十九)，圓上有 A 、 B 、 C 、 D 四點， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於圓內一點 E ，
 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的延長線相交於圓外一點 F 。若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，
則 $\angle AEC + \angle AFC$ 的度數為何？(2 分)

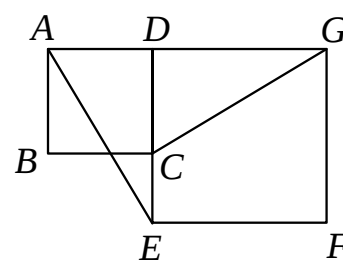


圖(十九)

2. (1)如圖(二十)，四邊形 $ABCD$ 、 $DEFG$ 均為正方形。

試證： $\overline{AE} = \overline{CG}$ 。(3 分)

- (2)如圖(二十)，若正方形 $ABCD$ 面積為 64 平方公分，
正方形 $DEFG$ 面積為 225 平方公分，
則 $\overline{AE} + \overline{CG}$ 為多少公分？(2 分)



圖(二十)

天主教道明高級中學 105 學年度第 1 學期第二次段考國三數學答案卷

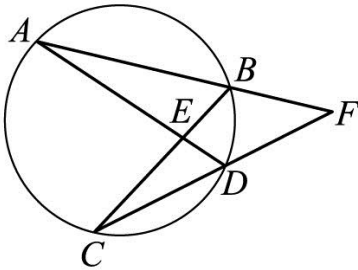
國三__班__號 姓名：_____ 得分

選擇題配分

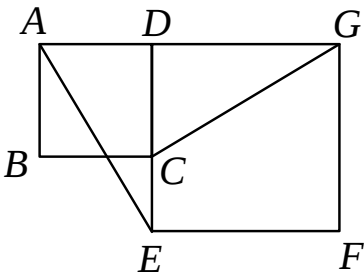
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	5	10	15	20	25	29	33	37	41	45	49	52	55	58
答對題數	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
得分	61	64	67	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90

二、計算題：(共 10 分) (請寫詳細過程，否則不予計分)

1.



2.



天主教道明高級中學 105 學年度第 1 學期第二次段考國三數學解答卷

國三__班__號 姓名：_____ 得分：

選擇題配分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	5	10	15	20	25	29	33	37	41	45	49	52	55	58
答對題數	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
得分	61	64	67	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90

一、單一選擇題：(共 90 分) (以下第 1 題至第 28 題每題恰有一個最佳答案，請選出最佳答案)

題目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
答案	A	D	B	A	C	D	B	C	A	D	B	A	C	C
題目	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
答案	D	D	B	A	B	C	D	B	A	C	C	A	D	B

二、計算題：(共 10 分) (請寫詳細過程，否則不予計分)

1. (1) $\overline{BF} \times \overline{AF} = \overline{DF} \times \overline{CF}$

$$(5x-2) \times (8x+2) = (2x+5) \times (6x+4) \rightarrow \text{給 1 分}$$

$$40x^2 - 6x - 4 = 12x^2 + 38x + 20$$

$$28x^2 - 44x - 24 = 0, 14x^2 - 22x - 12 = 0 \rightarrow \text{給 1 分}$$

$$(2x-4) \times (7x+3) = 0$$

$$x = 2 \text{ or } -\frac{3}{7} (\text{不合})$$

$$x = 2$$

$\rightarrow$ 給 1 分

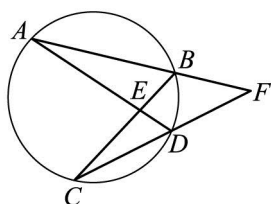
答：x=2

(2) 設 AC = x 度，BD = y 度

$$\angle AEC + \angle AFC$$

$$= \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2} = x = AC = 2\angle ABC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

答：120°



2. (1) 在 $\triangle ADE$ 與 $\triangle CDG$ 中，

$$\because \overline{AD} = \overline{CD} \quad (\text{四邊形 } ABCD \text{ 為正方形}),$$

$$\overline{DE} = \overline{DG} \quad (\text{四邊形 } DEFG \text{ 為正方形}),$$

$$\angle ADE = \angle CDG = 90^\circ$$

(四邊形 ABCD、DEFG 均為正方形)， $\rightarrow$ 給 2 分

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG \quad (\text{SAS 全等性質}),$$

$$\text{故 } \overline{AE} = \overline{CG} \quad \rightarrow \text{給 1 分}$$

$$(2) \overline{AD}^2 = 64, \overline{AD} = \pm 8 (\text{負不合}), \overline{AD} = 8$$

$$\overline{DG}^2 = 225, \overline{DG} = \pm 15 (\text{負不合}), \overline{DG} = 15 \rightarrow \text{給 1 分}$$

$$\overline{AE} = \overline{CG} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

$$\overline{AE} + \overline{CG} = 17 + 17 = 34 \quad \rightarrow \text{給 1 分}$$

答：34 公分

