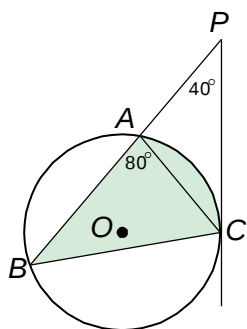


天主教道明中學第 109 學年度第一學期第二次段考國三數學科試題

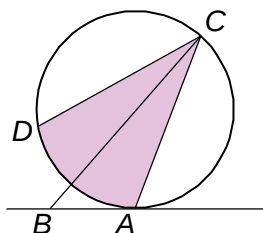
範圍：第五冊 2-2~3-2 課本習作

一：單選題

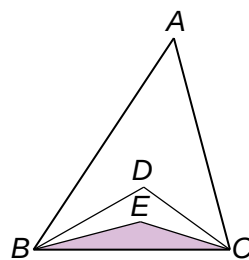
- 設 D 點在 $\angle BAC$ 的平分線，下列有一個條件不能決定 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 這個條件是
(A) $\overline{AB} = \overline{AC}$ (B) $\angle ABD = \angle ACD$ (C) $\overline{BD} = \overline{CD}$ (D) $\angle ADB = \angle ADC$
- 如下圖(一)， $\overleftrightarrow{PC}$ 與圓 O 相切於 C 點， $\overleftrightarrow{PB}$ 與圓 O 相交於 A 、 B 兩點。若 $\angle P = 40^\circ$ ， $\angle BAC = 80^\circ$ ，求： $\angle B$ 的度數=？
(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60° 。
- 如下圖(二)， $\overleftrightarrow{AB}$ 與圓相切於 A 點， $\overline{BC}$ 平分 $\angle ACD$ 。若 $\widehat{ADC} = 220^\circ$ ， $\widehat{AD} = 100^\circ$ ，則 $\angle ABC = ?$
(A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 55°
- 已知 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 5 : 12$ ，則 $\angle AOB = ?$
(A) 120° (B) 135° (C) 144° (D) 150° 。
- 如下圖(三)，已知 $\angle BEC = 147^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的內心為 D 點， $\triangle DBC$ 的內心為 E 點，則 $\angle A = ?$
(A) 48° (B) 50° (C) 52° (D) 60° 。



圖(一)

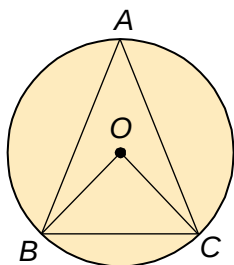


圖(二)

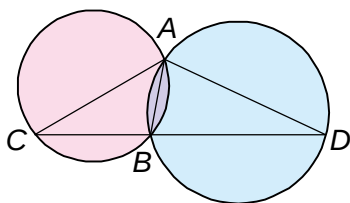


圖(三)

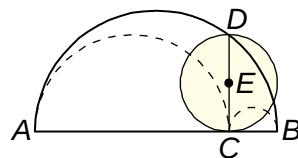
- 如下圖(四)，圓 O 的內接等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。若 $\angle A + \angle BOC = 132^\circ$ ，則 $\angle ABO = ?$
(A) 22° (B) 48° (C) 38° (D) 68°
- 如下圖(五)，兩圓交於 A 、 B 兩點，過 B 點的直線分別與兩圓各交於 C 點和 D 點。已知 $\widehat{BC} = 110^\circ$ ， $\widehat{ABC} = 170^\circ$ ，求 $\widehat{ABD}$ 的度數=？
(A) 100° (B) 150° (C) 190° (D) 200° 。
- 如下圖(六)，是以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 為直徑作半圓的圖形。已知 D 點在半圓上，作 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，若 $\overline{AC} = 9$ 、 $\overline{BC} = 4$ ，以 $\overline{CD}$ 為直徑作圓 E ，則圓 E 面積=？
(A) 5π (B) 7π (C) 8π (D) 9π 。



圖(四)

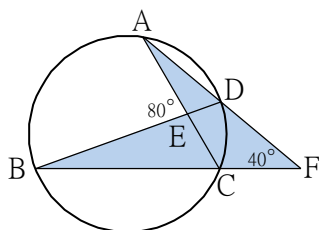


圖(五)

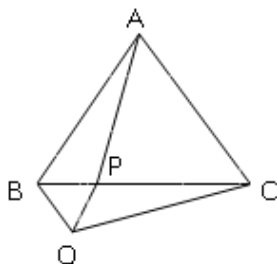


圖(六)

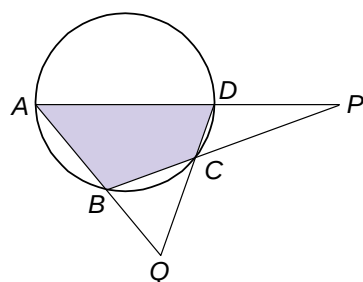
9. 如下圖(七), F 點在圓外, $\overline{FA}$ 與 $\overline{FB}$ 分別交圓於 D 點和 C 點, $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點。
已知 $\angle F = 40^\circ$, $\angle AEB = 80^\circ$, 求 $\angle B$ 的度數 = ?
(A) 20° (B) 22° (C) 24° (D) 26° 。



圖(七)



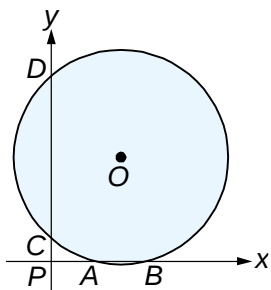
圖(八)



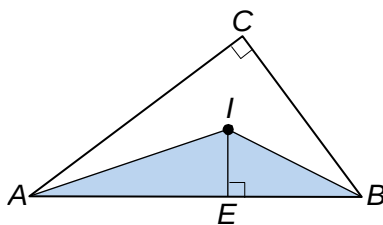
圖(九)

二: 填充題(答案請以最簡分數、最簡根式表示)

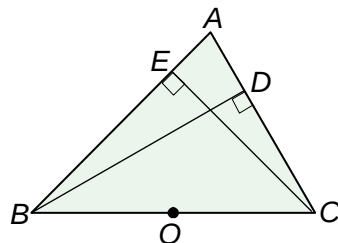
- 如上圖(九), 圓內接四邊形 $ABCD$ 中, $\overleftrightarrow{AD}$ 與 $\overleftrightarrow{BC}$ 交於 P 點, $\overleftrightarrow{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{CD}$ 交於 Q 點。
若 $\angle P = 25^\circ$, $\angle Q = 55^\circ$, 求 $\angle A =$ (1) 度。
- 如下圖(十), 已知 $P(0, 0)$ 、圓 O 與 x 軸交於 $A(3, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 兩點, 且與 y 軸交於 $C(0, 2)$ 、 D 兩點。求圓心 O 坐標 (2)。
- 如下圖(十一), 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 16$, $\overline{BC} = 12$ 。若 I 點是 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$ 角平分線的交點, 則 $\overline{IE} =$ (3)。
- 如下圖(十二), $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 是 $\triangle ABC$ 的高。 O 點為 $\overline{BC}$ 的中點, 若以 $\overline{BC}$ 為直徑之圓 O 面積為 64π , 則 $\overline{OD} + \overline{OE} =$ (4)。



圖(十)

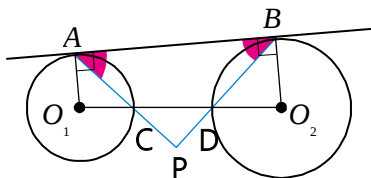


圖(十一)

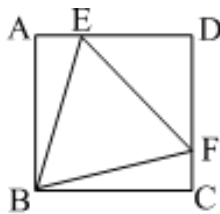


圖(十二)

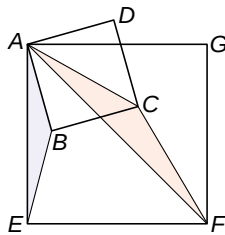
5. 如下圖(十三)， $\overline{AB}$ 為圓 O_1 與圓 O_2 的外公切線，其中 A 、 B 兩點為切點，連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 與兩圓分別交於 C 、 D 兩點。若 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 P 點，又 $\overline{AP} = 6$ ， $\overline{BP} = 8$ 則 P 到 $\overline{AB}$ 的距離= (5)。
6. 如下圖(十四)， $ABCD$ 是正方形，邊長為1， $\triangle BEF$ 為正三角形，求 $\overline{DE} =$ (6)。



圖(十三)

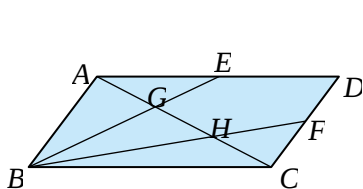


圖(十四)

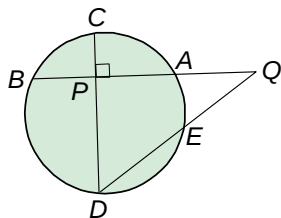


圖(十五)

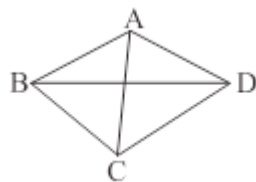
8. 已知鈍角三角形的邊長分別為6、6與 $6\sqrt{3}$ ，則其外接圓半徑= (8)。
9. 若 m 、 n 皆為正整數，且 $m > n$ ，若 $m+n=a$ ， $m-n=b$ ， $mn=c$ ，則以 ab 、 $2c$ 為兩股的直角三角形斜邊長= (9)。(請以 m 、 n 表示)
10. 如下圖(十六)， $\square ABCD$ 中， E 、 F 兩點分別是 $\overline{AD}$ 與 $\overline{CD}$ 的中點，連接 $\overline{BE}$ 與 $\overline{BF}$ ，分別與 $\overline{AC}$ 交於 G 、 H 兩點，若 $\triangle AGE$ 的面積為 a ，則 $\square ABCD$ 的面積= (10)。
11. 直線 $12x+5y=60$ 與 x 軸交於 A 點，與 y 軸交於 B 點。若 O 為原點， I 點為 $\triangle AOB$ 的內心，則 $\triangle AIB$ 的面積= (11)。
12. 圓 O 是正 $\triangle ABC$ 的外接圓，若圓 O 的面積為 $\frac{16}{3}\pi$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積= (12)。
13. 如下圖(十七)，兩弦 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 垂直於圓內一點 P ，兩弦 $\overline{AB}$ 與 $\overline{DE}$ 的延長線相交於圓外一點 Q 。已知 $\overline{PA}=4$ ， $\overline{PB}=3$ ， $\overline{PC}=2$ ， $\overline{QA}=4$ ，求 $\triangle AEQ$ 面積= (13)。
14. 如下圖(十八)，在同一平面上，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ ，若 $\angle ABC=67^\circ$ ，則 $\angle BDC=$ (14)度。
15. 如下圖(十九)， I 點是 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{MN}$ 通過 I 點，且平行於底邊 $\overline{BC}$ ，若 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{AC}=10$ ， $\overline{BC}=12$ ，求 $\overline{MN}=$ (15)。



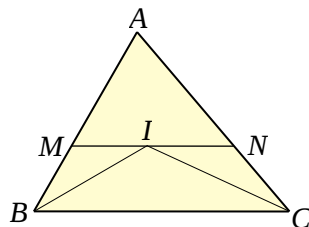
圖(十六)



圖(十七)



圖(十八)



圖(十九)

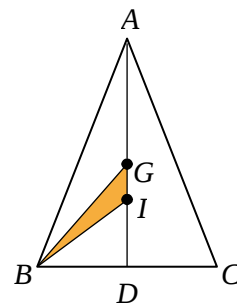
三:計算題(共 15 分，須有計算過程及答，否則不予計分)

1. 若 $a > 0$, $b > 0$, 試證明 $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a+b} > 0$ 。

2. 如右圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，邊長分別為 17、17、16。若 I 點為內心， G 點為重心，則：

(1) 內切圓半徑 = ?

(2) $\triangle BIG$ 的面積 = ?



3. 2022 年國際足總世界盃，將於 2022 年 11 月 21 日至 12 月 18 日在卡達舉行。

卡達，成為繼日本、韓國後，第三個主辦世界盃足球賽的亞洲國家，也是首個主辦的伊斯蘭國家。2019 年 6 月 14 日統計，中華台北目前亞洲排名 23，世界排名 125。

閉幕時，個人最高榮譽獎就是『世界盃金靴獎』（英文：Adidas Golden Boot），是國際足總授予每屆世界盃決賽階段進球數最多的球員的榮譽。目前最高紀錄是 13 球。

而影響進球的因素，除了個人的技術外，射門的角度也非常重要。

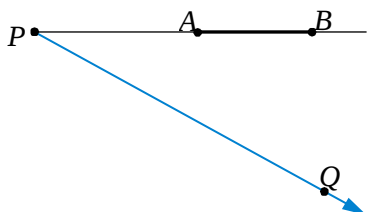
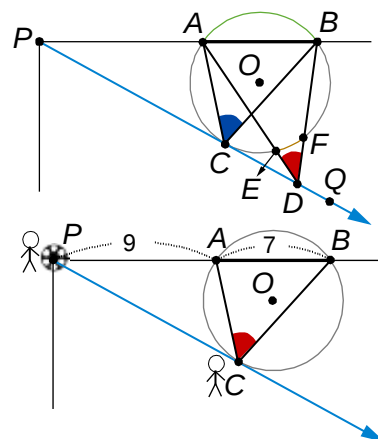
如右圖，設 $\overrightarrow{PQ}$ 為傳球路線， $\overline{AB}$ 代表球門，圓 O 通過 A 、 B

兩點，且與 $\overrightarrow{PQ}$ 相切於 C 點， D 點為 $\overrightarrow{PQ}$ 上異於 C 的點。

(1) 請簡述，為何在 C 點有最大射角？(請以 D 點做比較) (1%)

(2) 如右圖，若球門寬 $\overline{AB} = 7$ 公尺，耀隆校長站在邊線上 P 點離球門距離 $\overline{PA} = 9$ 公尺，耀隆校長從 P 點傳球給葉子老師，試問葉子老師要離 P 點多遠射門會有最大射角呢？(2%)

(3) 請以尺規作圖，在 $\overrightarrow{PQ}$ 上找到最大射角 C 的位置(2%)



天主教道明中學第 109 學年度第一學期第二次段考國三數學科答案紙

一、單選題：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	B	C	A	A	C	D	A	C

二、填充題：（所有答案須化到最簡，否則不予計分）

1	2	3	4	5
50	$(\frac{9}{2}, \frac{11}{2})$	4	16	$4.8 (\frac{24}{5})$
6	7	8	9	10
$\sqrt{3} - 1$	$2a$	6	$m^2 + n^2$	$12a$
11	12	13	14	15
13	$4\sqrt{3}$	$\frac{132}{25}$	23	$\frac{36}{5}$

三、計算題：（共 15 分，須有計算過程及答，否則不予計分。）

1. pf: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$ $(\sqrt{a+b})^2 = a + b \dots \dots 1\%$ $\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 = 2\sqrt{ab}$ $> 0 \dots 1\%$ $\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2 \dots \dots 1\%$ $\therefore a > 0, b > 0 \dots \dots 1\%$ 故 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a+b} > 0 \dots \dots 1\%$	2. (1) 2% $\frac{24}{5}$ (2) 3% $\frac{4}{5}$
3. (1) 1% $\angle ADB = \frac{1}{2}(\widehat{AB} - \widehat{EF}) < \frac{1}{2}\widehat{AB} = \angle ACB$ 3. (2) 2% 12 公尺	3. (3) 2% 